



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 00175

1º semestre de 2013

Prof. Jürgen Stilck

29/5/2013

Resolução da 1ª Prova

Questão 1

a) Para um gás ideal temos $pV = NRT$, logo:

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = NR \int_{V_0}^{V_1} T \frac{dV}{V}.$$

Substituindo T da expressão dada no enunciado, vem:

$$W = \frac{NRT_0}{V_0^\eta} \int_{V_0}^{V_1} V^{\eta-1} dV = \frac{NRT_0}{\eta} \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^\eta - 1 \right].$$

b) Como o gás é monoatômico, teremos:

$$\Delta U = \frac{3}{2}NR(T_1 - T_0) = \frac{3}{2}NRT_0 \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^\eta - 1 \right].$$

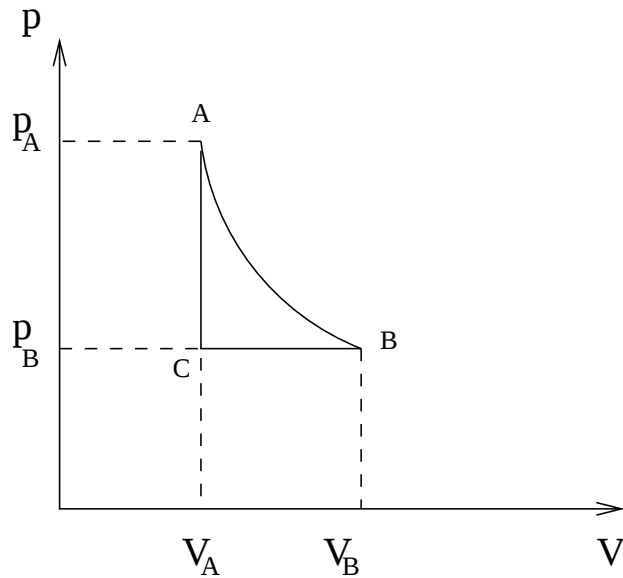
c) Impondo conservação de energia:

$$Q = \Delta U + W = NRT_0 \left[\left(\frac{V_1}{V_0} \right)^\eta - 1 \right] \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\eta} \right).$$

d) Da expressão dada no enunciado, vemos que o processo é isotérmico quando $\eta = 0$. Por outro lado, se o processo for adiabático ($Q = 0$) devemos ter $\eta = -\frac{2}{3}$.

Questão 2

a)



Como, para um gás ideal, $pV = NRT$, temos:

$$T_A = T_B = \frac{p_A V_A}{2R},$$

e

$$p_B = p_C = \frac{V_A}{V_B} p_A.$$

A temperatura em C será:

$$T_C = \frac{p_C V_A}{2R} = \frac{V_A p_A V_A}{V_B 2R}.$$

b) No processo isobárico $B \rightarrow C$ a entropia como função da pressão será:

$$S = S_B + 3R \left[\frac{5}{3} \ln \frac{V}{V_B} \right] = S_B + 3R \left[\frac{5}{3} \ln \frac{T}{T_B} \right],$$

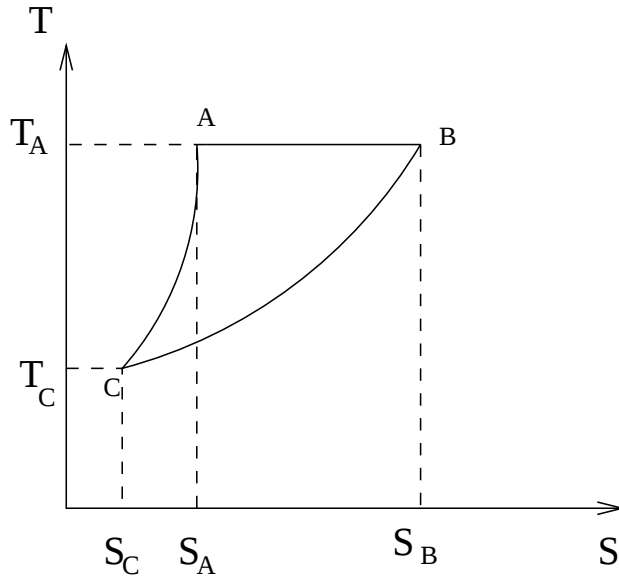
pois V é proporcional a T . Invertendo essa expressão, temos:

$$T = T_B \exp \left(\frac{S - S_B}{5R} \right).$$

De maneira análoga, concluímos que no processo isocórico $C \rightarrow A$ teremos:

$$T = T_C \exp\left(\frac{S - S_C}{3R}\right).$$

Com esses resultados, podemos esboçar o diagrama (S, T) do ciclo:



c) Vamos considerar cada trecho do ciclo:

$A \rightarrow B$:

$$W = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p_A V_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A},$$

$$U_B - U_A = 3R(T_B - T_A) = 0,$$

$$Q = W = p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}.$$

$B \rightarrow C$:

$$W = \int_{V_B}^{V_A} p dV = \frac{V_A}{V_B} p_A (V_A - V_B),$$

$$U_C - U_B = 3R(T_C - T_B) = \frac{3}{2} p_A V_A \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right),$$

$$Q = \Delta U + W = \frac{5}{2} p_A V_A \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right).$$

$C \rightarrow A$:

$$W = 0,$$

$$U_A - U_C = 3R(T_A - T_C) = \frac{3}{2}p_A V_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right),$$

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}p_A V_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right).$$

d) O sistema recebe calor nos trechos $A \rightarrow B$ e $C \rightarrow A$, de maneira que o calor total recebido será:

$$Q_1 = p_A V_A \left[\ln \frac{V_B}{V_A} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right) \right].$$

Já no trecho $B \rightarrow C$, o sistema perde calor:

$$|Q_2| = \frac{5}{2}p_A V_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right).$$

Podemos, então, determinar o rendimento do ciclo:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{\frac{5}{2} \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right)}{\ln \frac{V_B}{V_A} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right)} = 1 - \frac{5(1-x)}{3(1-x) - 2 \ln x},$$

onde $x = V_A/V_B$.

Questão 3

a) O calor recebido por cada subsistema é $Q_1 = C_V(T_0 - T)$, $Q_2 = C_V(T_0 - 2T)$ e $Q_3 = C_V(T_0 - 4T)$. Temos, portanto, que a variação da energia interna do sistema composto é dada por $\Delta U_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_V(3T_0 - 7T)$. Quando o sistema está isolado, devemos ter $\Delta U_t = 0$, portanto a temperatura final de equilíbrio é $T_0 = 7T/3$.

b) A variação de entropia de cada subsistema é:

$$\Delta S_1 = C_V \int_T^{T_0} \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T_0}{T} = C_V \ln \frac{7}{3},$$

$$\Delta S_2 = C_V \int_{2T}^{T_0} \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T_0}{2T} = C_V \ln \frac{7}{6},$$

$$\Delta S_3 = C_V \int_{4T}^{T_0} \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T_0}{4T} = C_V \ln \frac{7}{12}.$$

A variação da entropia total é a soma das três variações:

$$\Delta S_t = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 =$$

$$C_V \ln \frac{7^3}{6^3} = 3C_V \ln \frac{7}{6}.$$